

# Die Varianzkomponentenschätzung in der IVS-Kombination

Sarah Böckmann, Axel Nothnagel

Institut für Geodäsie und Geoinformation, Universität Bonn

## Innerhalb des IVS

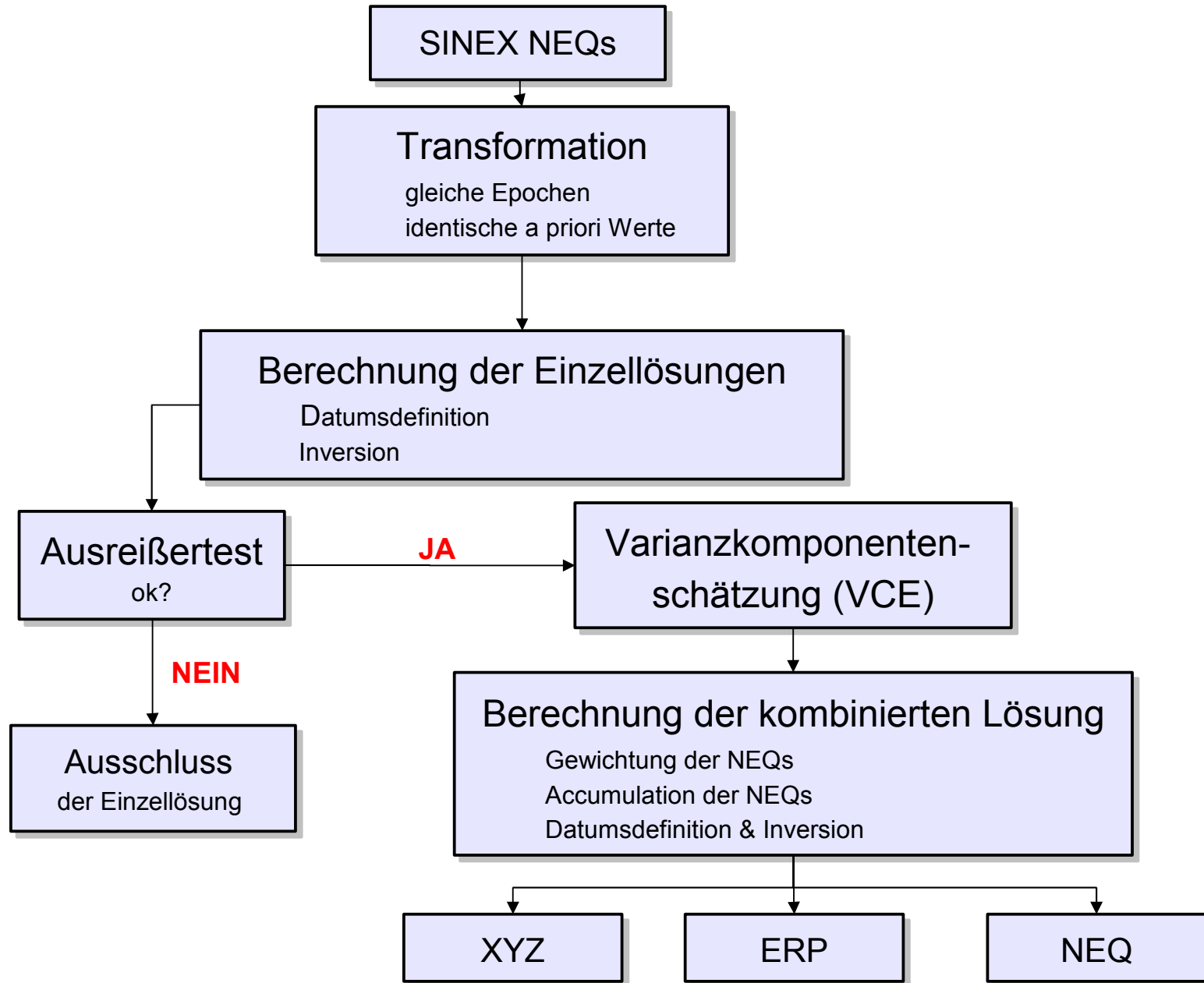
Kombination der VLBI-Einzelauswertungen

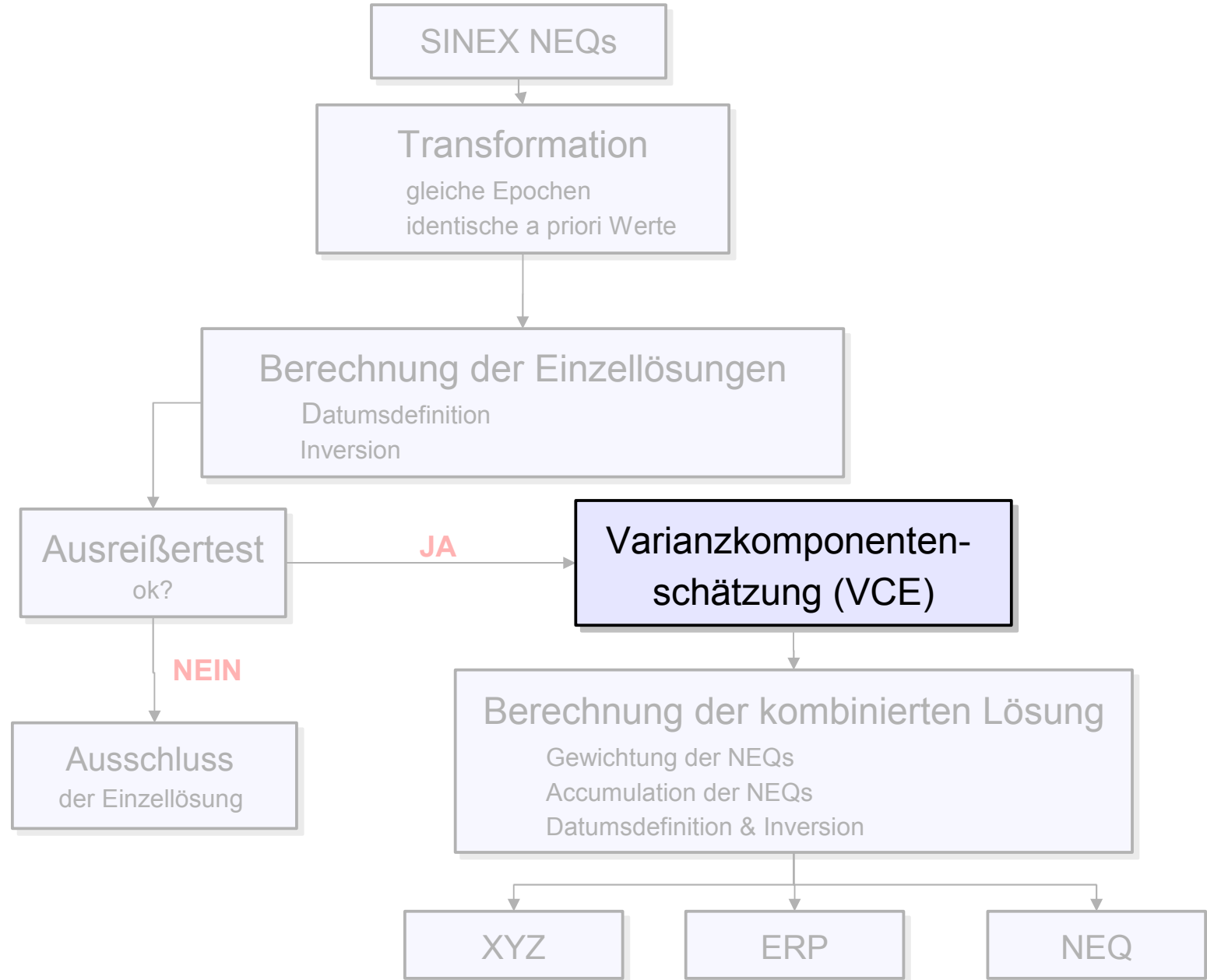
- Zeitreihen von **Erdrotationsparametern** (ERP)  
=> offizielles Produkt
- Zeitreihen von **Stationskoordinaten**  
=> Qualitätskontrolle
- Datumsfreie **Normalgleichungen** im SINEX-Format  
=> Kombination mit anderen Techniken

## Ziel

Berücksichtigung der verschiedenen Varianzniveaus  
der Einzelbeiträge

=> Bestimmung von Gewichtungsfaktoren mittels  
**Varianzkomponentenschätzung** (VCE)





## Varianzkomponentenschätzung (VCE)

### Fall 1

basierend auf **Beobachtungsresiduen**

$$\hat{\sigma}_{0i}^2 = \frac{v' P v_i}{r_i}$$

*Quadratsumme der Residuen*

$$\begin{aligned} v' P v_i &= (A_i \hat{x}_c - l_i)' P (A_i \hat{x}_c - l_i) \\ &= \hat{x}_c' N_i \hat{x}_c - 2n_i' \hat{x}_c + l_i' P l_i \end{aligned}$$

*Redundanz*

$$r_i = o_i - \frac{1}{\sigma_{0i}^2} \text{tr}(N_i N_c^{-1})$$

$o_i$  = Anzahl der Beobachtungen

### Fall 2

basierend auf **Parameterdifferenzen**

$$\hat{\sigma}_{0i}^2 = \frac{v' P v_i}{r_i}$$

*Quadratsumme der Residuen*

$$\begin{aligned} v' P v_i &= (\hat{x}_c - \hat{x}_i)' N_i (\hat{x}_c - \hat{x}_i) \\ &= \hat{x}_c' N_i \hat{x}_c - 2n_i' \hat{x}_c + \hat{x}_i' N_i \hat{x}_i \end{aligned}$$

*Redundanz*

$$r_i = u_i - \frac{1}{\sigma_{0i}^2} \text{tr}(N_i N_c^{-1})$$

$u_i$  = Anzahl der Parameter

## Varianzkomponentenschätzung (VCE)

### Fall 1

basierend auf **Beobachtungsresiduen**

$$\hat{\sigma}_{0i}^2 = \frac{v' P v_i}{r_i}$$

*Quadratsumme der Residuen*

$$\begin{aligned} v' P v_i &= (A_i \hat{x}_c - l_i)' P (A_i \hat{x}_c - l_i) \\ &= \hat{x}_c' N_i \hat{x}_c - 2n_i' \hat{x}_c + l_i' P l_i \end{aligned}$$

*Redundanz*

$$r_i = o_i - \frac{1}{\sigma_{0i}^2} \text{tr}(N_i N_c^{-1})$$

$o_i$  = Anzahl der Beobachtungen

### Fall 2

basierend auf **Parameterdifferenzen**

$$\hat{\sigma}_{0i}^2 = \frac{v' P v_i}{r_i}$$

*Quadratsumme der Residuen*

$$\begin{aligned} v' P v_i &= (\hat{x}_c - \hat{x}_i)' N_i (\hat{x}_c - \hat{x}_i) \\ &= \hat{x}_c' N_i \hat{x}_c - 2n_i' \hat{x}_c + \hat{x}_i' N_i \hat{x}_i \end{aligned}$$

*Redundanz*

$$r_i = u_i - \frac{1}{\sigma_{0i}^2} \text{tr}(N_i N_c^{-1})$$

$u_i$  = Anzahl der Parameter

## Varianzkomponentenschätzung (VCE)

### Fall 1

basierend auf **Beobachtungsresiduen**

$$\hat{\sigma}_{0i}^2 = \frac{v' P v_i}{r_i}$$

*Quadratsumme der Residuen*

$$\begin{aligned} v' P v_i &= (A_i \hat{x}_c - l_i)' P (A_i \hat{x}_c - l_i) \\ &= \hat{x}_c' N_i \hat{x}_c - 2n_i' \hat{x}_c + \mathbf{l}' P l_i \end{aligned}$$

*Redundanz*

$$r_i = \mathbf{o}_i - \frac{1}{\sigma_{0i}^2} \text{tr}(N_i N_c^{-1})$$

=> konvergiert besser

### Fall 2

basierend auf **Parameterdifferenzen**

$$\hat{\sigma}_{0i}^2 = \frac{v' P v_i}{r_i}$$

*Quadratsumme der Residuen*

$$\begin{aligned} v' P v_i &= (\hat{x}_c - \hat{x}_i)' N_i (\hat{x}_c - \hat{x}_i) \\ &= \hat{x}_c' N_i \hat{x}_c - 2n_i' \hat{x}_c + \hat{x}_i' N_i \hat{x}_i \end{aligned}$$

*Redundanz*

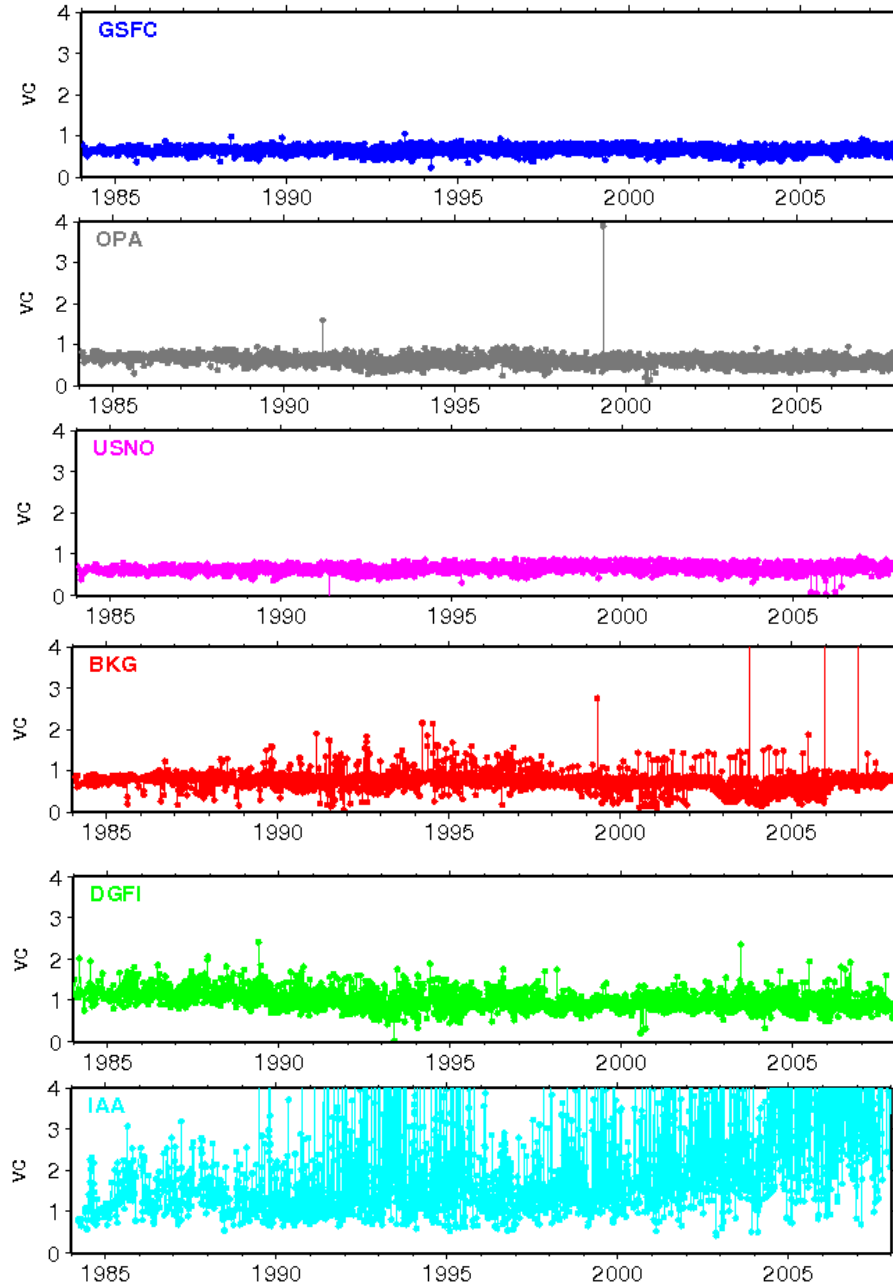
$$r_i = \mathbf{u}_i - \frac{1}{\sigma_{0i}^2} \text{tr}(N_i N_c^{-1})$$

$u_i$  = Anzahl der Parameter

## Input für VCE

- 24h VLBI-Sessions 1984-2008 (insg. 4440 Sessions)
- 6 Analysezentren 3 Softwarepakete
- Unterschiede in Modellierung, Parametrisierung, Ausreißerdetektion

AC	Name	Software
BKG	Federal Agency for Cartography and Geodesy	CALC/SOLVE
GSFC	Goddard Space Flight Center	CALC/SOLVE
OPA	Paris Observatory	CALC/SOLVE
USNO	US Naval Observatory	CALC/SOLVE
DGFI	German Geodetic Research Institute	OCCAM(LSM)
IAA	Institute of Applied Astronomy	QUASAR



## GSFC, OPA, USNO

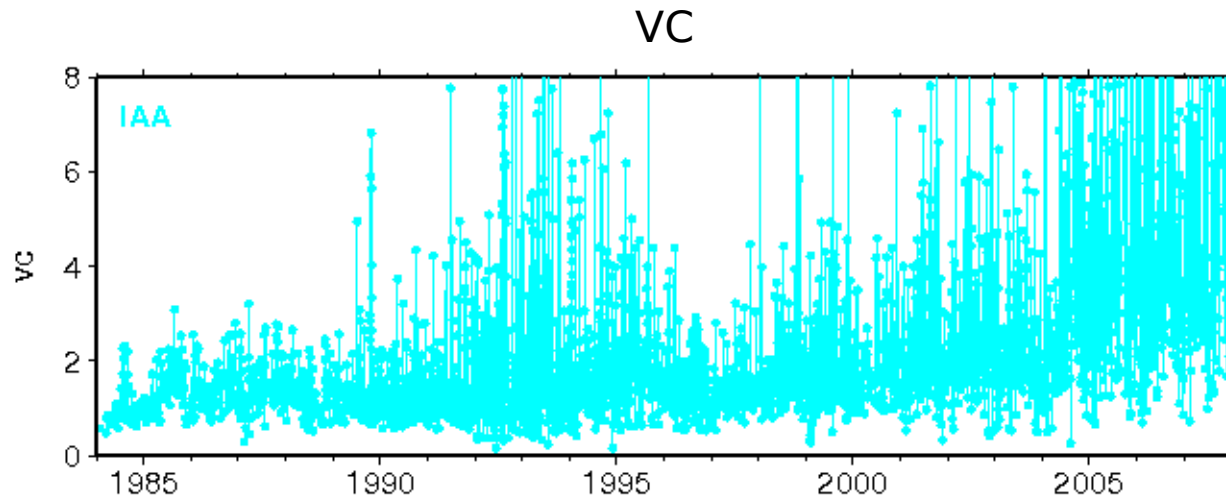
- Varianzfaktoren der 3 Beiträge sehr ähnlich (0.7 - 0.8),
- homogen → interne Regewichtung

## BKG, DGFI

- Varianzfaktoren sehr ähnlich (0.9 - 1.0),
- (keine) Regewichtung

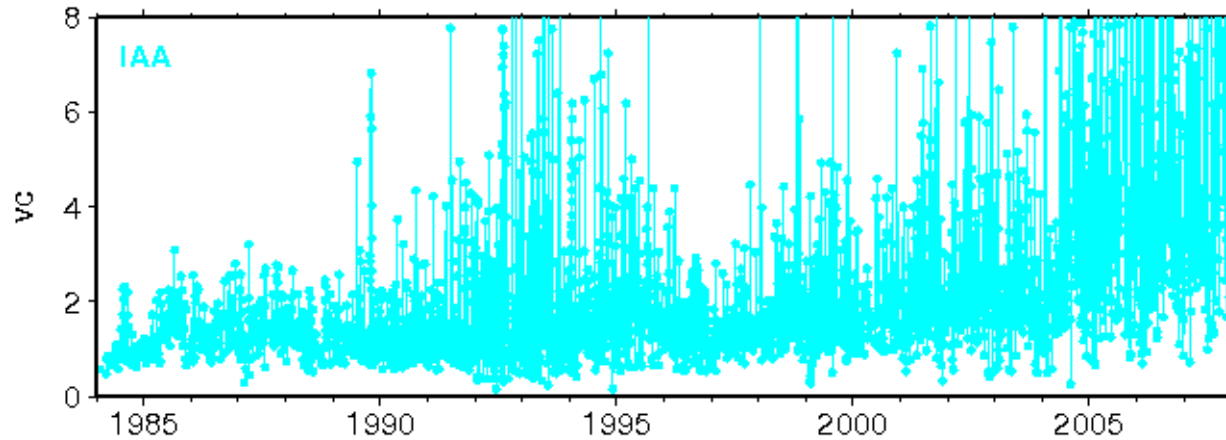
## IAA

- oft große Varianzfaktoren, stark streuend

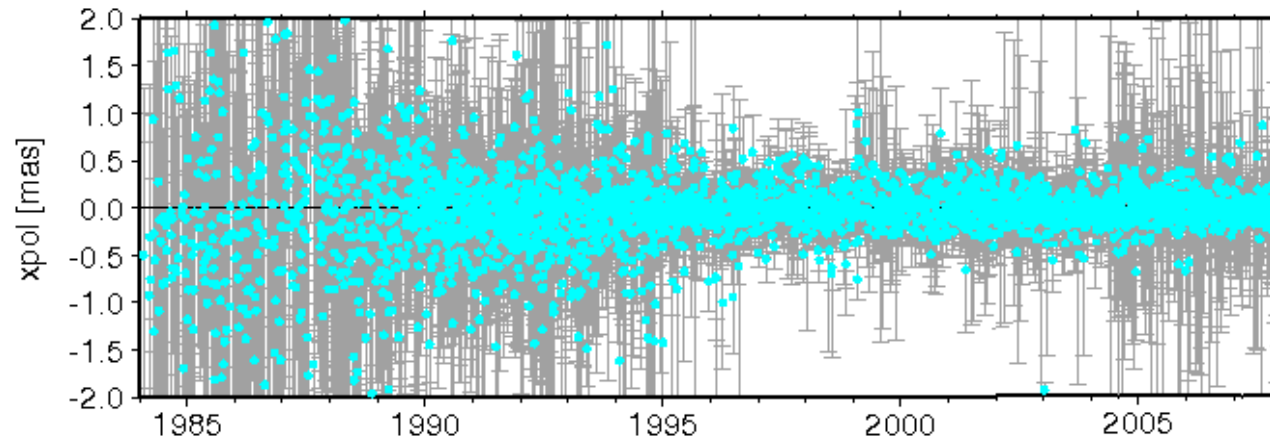


⇒ Fehler in stochastischen und/oder funktionalen Modell?

VC



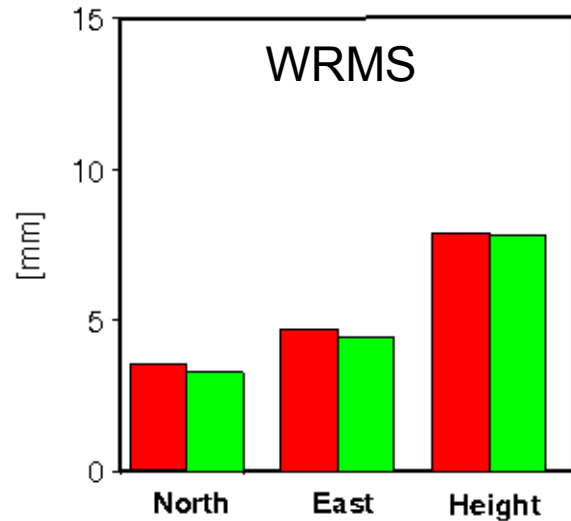
X-Pol



## Station Position Repeatabilities

w.r.t. ITRF2005

<b>COMBI</b>	ohne VCE
<b>COMBI</b>	mit VCE

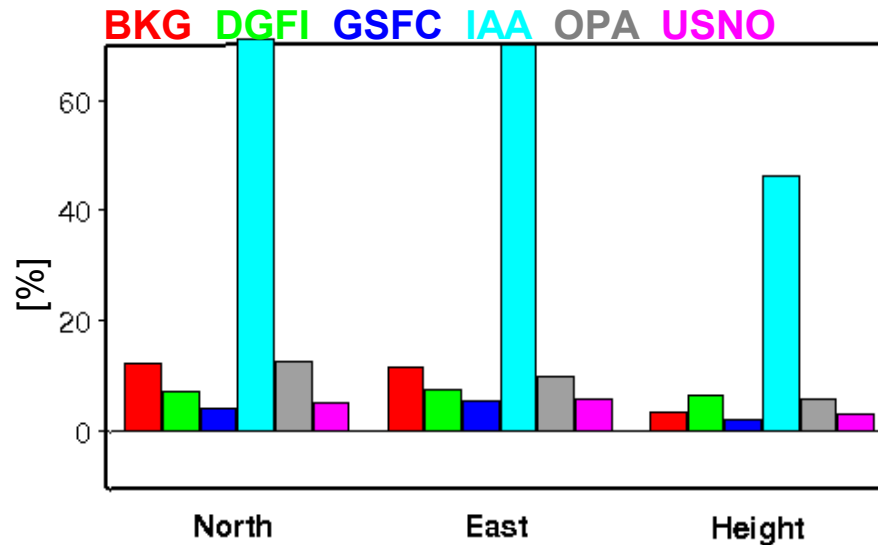


=> Verbesserungen durch VCE klein (< 1mm)  
Lage ~6%, Höhe ~2%

## Station Position Repeatabilities

w.r.t. ITRF2005

$WRMS_{SINGLE} - WRMS_{COMBI}$

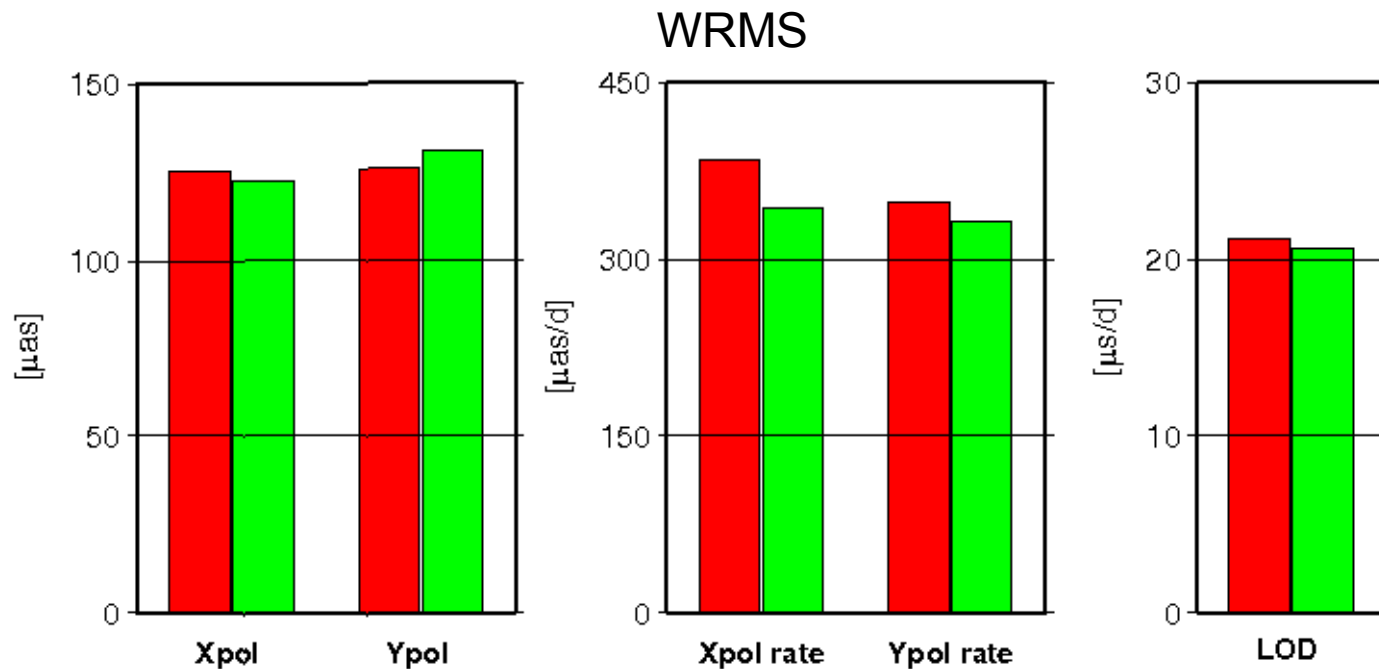


=> Verbesserungen durch Kombination  
Lage: 10-15%, Höhe: 5-10%

## Erdrotationsparameter

VLBI - GPS (2000-2008)

<b>COMBI</b>	ohne VCE
<b>COMBI</b>	mit VCE

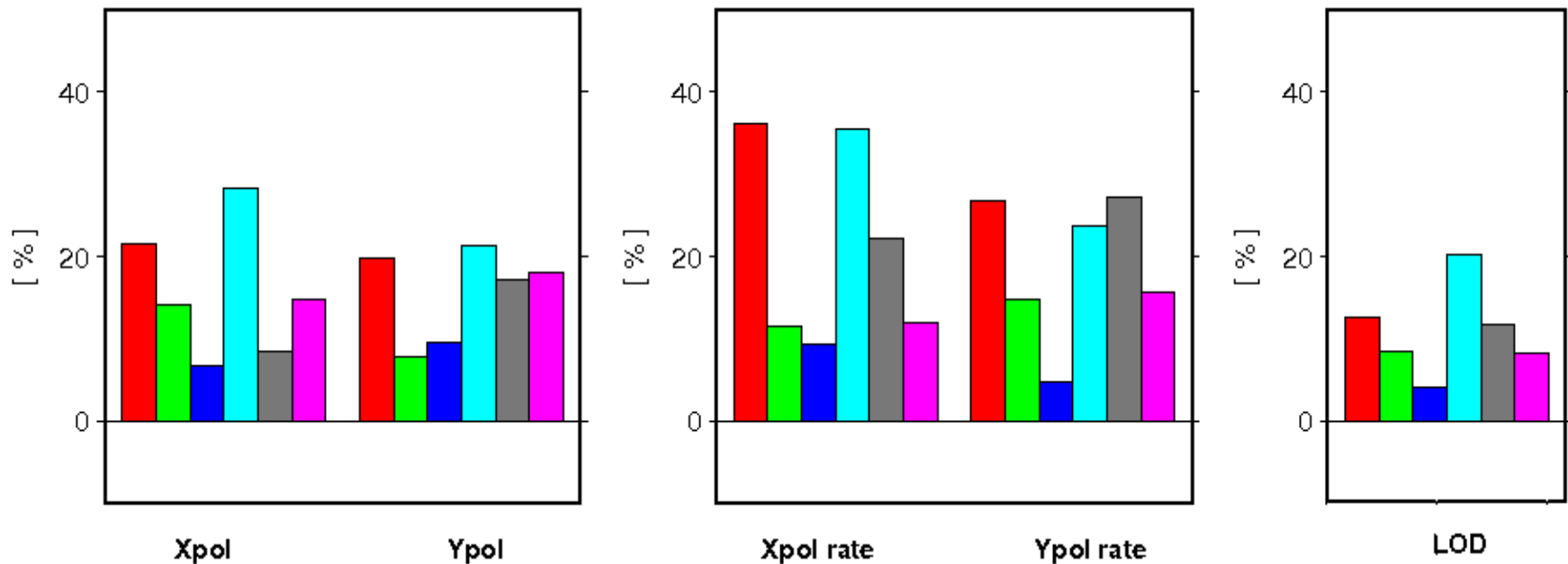


- => Verbesserungen durch VCE, Offsets ~2%, Raten ~10%
- => keine Verbesserungen im Y-Pol

## Erdrotationsparameter

VLBI - GPS (2000-2008)

$RMS_{SINGLE} - RMS_{COMBI}$

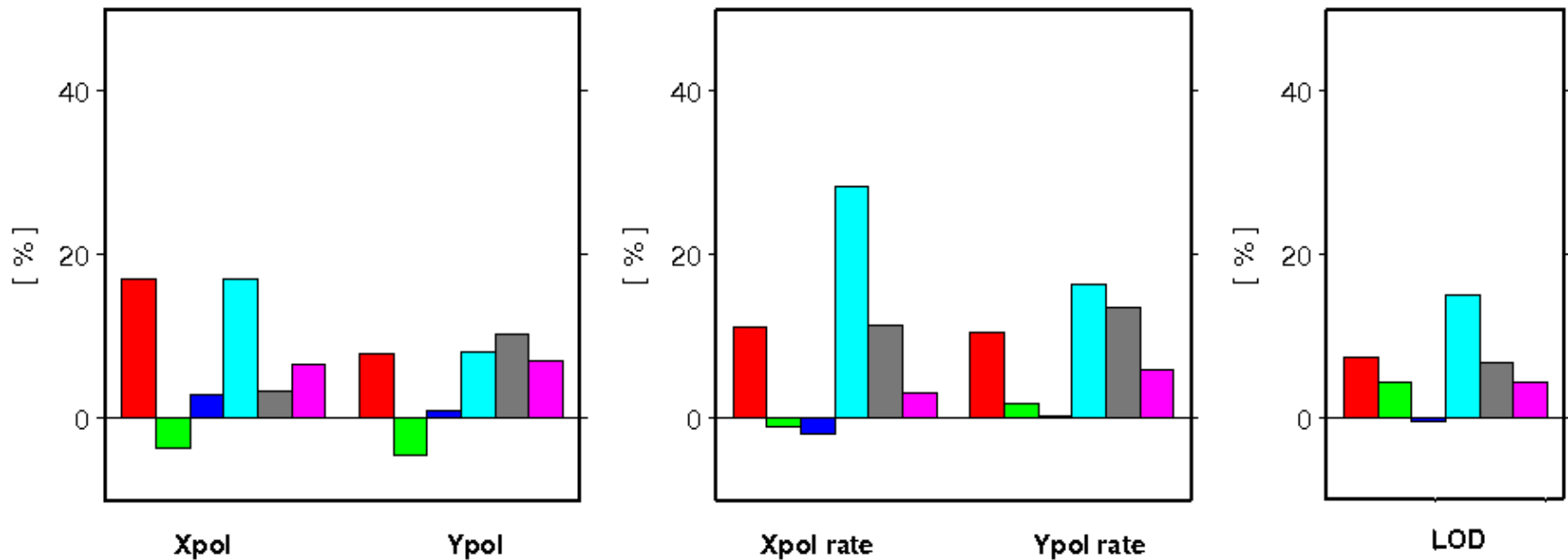


=> kombinierte Lösung kleinere RMS w.r.t. GPS als jede Einzellösung

## Erdrotationsparameter

VLBI - GPS (2000-2008)

**WRMS<sub>SINGLE</sub> - WRMS<sub>COMBI</sub>**



- => kombinierte Lösung kleinere WRMS w.r.t. GPS als fast jede Einzellösung
- => Standardabweichungen mögl. etwas zu optimistisch

## Zusammenfassung

### Stationskoordinaten:

- Combi kleinere Wiederholbarkeiten als jede Einzellösung
- Verbesserungen durch VCE von  $\sim 1\text{mm}$  ( $\sim 5\%$ )

### Erdrotationsparameter:

- Combi häufig kleinere WRMS w.r.t. GPS als Einzellösungen
- Verbesserungen durch VCE, außer Y-Pol

=> Kombination relativiert 'Analyst's Noise'  
(bei Abwesenheit systematischer Unterschiede)

## Ausblick

Anbringen der Korrelationen

=> weitere Verbesserungen & realistischere  
Standardabweichungen