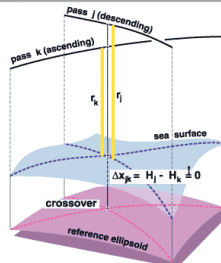
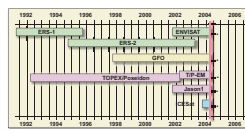


## Warum?

Die relative Kalibration gleichzeitig messender Altimetersatelliten (in den letzten Jahren bis zu fünf) ist die wichtigste Voraussetzung für eine räumlich und zeitlich bestauflösende Abbildung und Überwachung der Meeresoberfläche. Gemischte (d.h. zwischen verschiedenen Satelliten gebildeten) Kreuzungspunkt-Differenzen bieten eine hohe Redundanz und werden genutzt, um gemeinsam die radialen Fehler aller gleichzeitig messenden Altimetersysteme zu bestimmen. Durch die hohe Zahl fast simultaner Kreuzungspunkte ereignisse entsteht ein dichtes Netz, das eine sichere Bestimmung radialer Fehler.

## Wie?

Eine diskrete Form der Kreuzungspunkt-Analyse wird genutzt, und angewendet auf alle Kreuzungspunkt-Differenzen, deren Messzeitpunkte höchstens 2 Tage auseinander liegen. Dadurch wird sichergestellt, dass die Kreuzungspunkt-Differenzen nur radiale Fehler des Altimetersystems (also Bahnfehler und Fehler der Korrekturen), nicht aber Änderungen des Meeresspiegels wiedergeben.



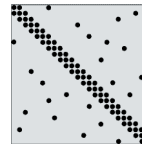
## Zur Numerik

Die Struktur der Normalgleichungen für die diskrete Kreuzungspunkt-Analyse

$$Nx = A_p x_d$$

$$N = D' P_d D + A' P_x A + k k'$$

ist tridiagonal (durch  $D' P_d D$ ) und schwach besetzt (durch  $A' P_x A$ ) – wenn die Bedingungsungleichung nur für einen Fehler  $x$  aufgestellt wird.



Allerdings ist  $N$  sehr groß ( $2n \times 2n$ ,  $n$  = Zahl der Kreuzungspunkte) – im Testlauf war  $n \sim 40000$ . Die Normalgleichungen wurden deshalb iterativ mit dem „Conjugate Gradient Projection“ Algorithmus gelöst, wobei für die wiederholten Multiplikation mit  $N$  der tridiagonale und der schwach besetzte Teil getrennt verwaltet und multipliziert wurden. Dadurch wurde die Lösung extrem schnell ( $\sim 5$  Min. bei 80000 Unbekannten) und benötigte sehr wenig Speicher.

## Diskrete Kreuzungspunkt-Analyse

Die Kreuzungspunkt-Differenzen  $d' = [\dots, \Delta x_{ij}, \dots]$  werden nicht durch eine analytische Funktion „modelliert“ sondern nur durch die radialen Fehler  $x_i$  im Kreuzungspunkt. Um trotzdem eine gewisse Stetigkeit der radialen Fehler sicher zu stellen werden auch zeitlich aufeinander folgende Differenzen betrachtet und mit den Kreuzungspunkt-Differenzen durch Ausgleichung minimiert:

$$\Delta x_{ij} + v_{ij} = x_i - x_j \Rightarrow b + v_x = A x$$

$$v_{i,i+1} = x_i - x_{i+1} \Rightarrow v_D = D x$$

wobei die einfachen Koeffizientenmatrizen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

einen Rangdefekt von 1 erkennen lassen (die Summe aller Spalten von  $A$  und  $D$  ergibt einen Nullvektor). Eine Bedingungsungleichung der Form

$$k' x = 0$$

macht das zu lösende Gleichungssystem regulär.

## Gewichtung

Mit zunehmendem Zeitdifferenz  $\Delta t$  werden Gewichte herabgesetzt mit unterschiedlichen Halbwertszeiten für  $\Delta x$  und  $x_i - x_{i+1}$ .

$$p_D = \sigma_D \cdot dt_{0.5}^2 / (dt_{0.5}^2 + \Delta t_{i,i+1}^2)$$

$$p_{x1} = \sigma_0 / \sigma_x$$

$$p_{xt} = D_{0.5}^2 / (D_{0.5}^2 + \Delta t_{ij}^2)$$

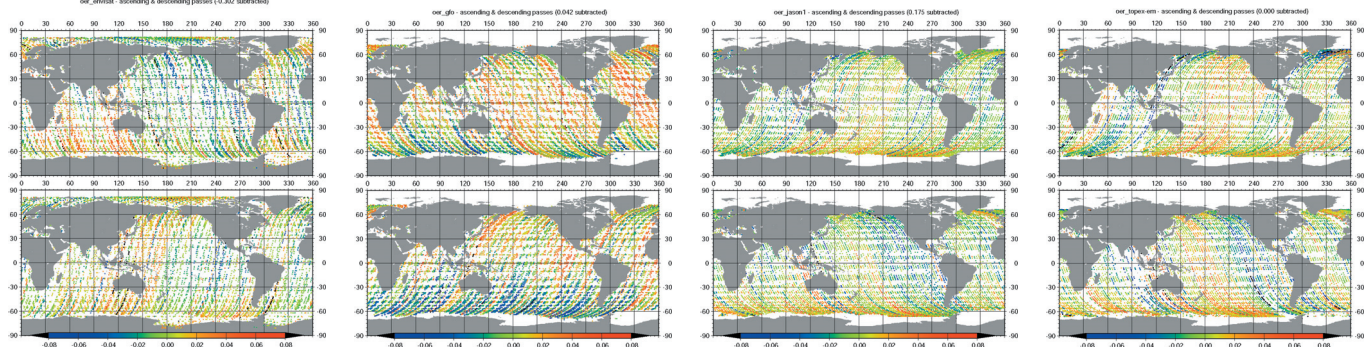
Die Standardabweichung der Kreuzungspunkt-Differenzen wird zusätzlich für eine Gewichtung genutzt. Mit  $\cos \varphi$  wird die überproportionale Anzahl von  $\Delta x$  in hohen Breiten berücksichtigt.

$$p_{xp} = \cos^2 \varphi$$

$$p_x = p_{x1} \cdot p_{xt} \cdot p_{xp}$$

## Radiale Fehler

von aufsteigenden (oben) und absteigenden (unten) Bahnbögen der beteiligten Missionen. Von links nach rechts: ENVISAT, GFO, Jason1, und TOPEX/Poseidon. Der „range bias“ wurde jeweils abgezogen, um die räumliche Variationen hervorzuheben. Neben einzelnen Bahnpuren mit deutlichen Fehlern zeigen sich bei allen Missionen zusammenhängende Gebiete mit gleichartigen Fehlern, die auf Unterschiede im geozentrischen Bezug oder Restfehler des Schwerefeldes deuten.



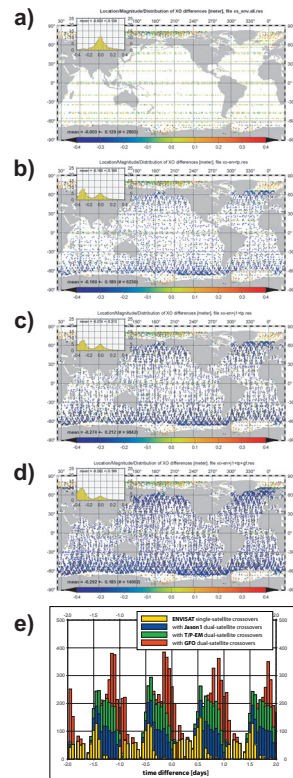
## „Range Biases“ und Ursprungsunterschiede

relativ zu TOPEX/OPoseidon können aus den radialen Fehlern bestimmt werden. „Range bias“ und  $\Delta z$ -Unterschiede sind hoch korreliert und schwer zu trennen wegen der Dominanz des Ozeans auf der Südhalbkugel. GFO and ENVISAT haben Ursprungsunterschiede von mehr als 1 cm für die z- und y Komponente

mission	TIP-EM	Jason1	GFO	ENVISAT
$\sigma_1$	$\pm 0.026$	$\pm 0.018$	$\pm 0.027$	$\pm 0.030$
relative range bias $\Delta r$	-0.003	0.173	0.045	-0.301
$\Delta x$ -shift	-0.005	-0.003	0.001	0.002
$\Delta y$ -shift	-0.003	0.001	-0.005	0.012
$\Delta z$ -shift	-0.008	-0.008	-0.015	-0.004
number of error components	19821	21318	21974	16879

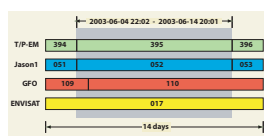
## Gemischte Kreuzungspunkte ...

hier mit höchstens 2 Tagen Zeitunterschied ergeben eine wesentlich gleichmäßigere räumliche und zeitliche Verteilung als die Kreuzungspunkte von auf- und absteigenden Spuren des gleichen Satelliten. Dies zeigt das Beispiel für ENVISAT. a) Nur ENVISAT Kreuzungspunkte b) Verdichtung durch Hinzunahme der Kreuzungspunkte zwischen ENVISAT und TOPEX/Poseidon. c) Weitere Verdichtung durch Hinzunahme der Kreuzungspunkte mit Jason d) Alle Kreuzungspunkte die ENVISAT mit sich selbst, mit TOPEX/Poseidon, Jason und GFO bildet. e) Zeitliche Verdichtung durch Hinzunahme gemischter Kreuzungspunkte.



## Testlauf für ENVISAT, TOPEX/Poseidon, Jason, und GFO

für eine 10 Tage Periode mit zweitägiger Übergangsperiode zu benachbarten 10 Tage Periode führt auf über 40000 Kreuzungspunkt-Differenzen. Eine Statistik – vor und nach der Analyse – zeigt, dass die relativen „range biases“ zwischen verschiedenen Missionen aufgefangen werden und die Standardabweichung vor allem für gemischte Kreuzungspunkt-Differenzen sinkt.



	ENVISAT	Jason1	TIP-EM	GFO
ENVISAT 14316	SXO: 2382 0.00 $\pm$ 0.13 0.00 $\pm$ 0.13	AA+DD: 3831 -0.47 $\pm$ 0.07 0.00 $\pm$ 0.06	AA+DD: 3523 -0.33 $\pm$ 0.08 0.01 $\pm$ 0.07	AD+DA: 4180 -0.29 $\pm$ 0.09 0.00 $\pm$ 0.07
Jason1 17705	0.00 $\pm$ 0.06	SXO: 3638 0.00 $\pm$ 0.06	AD+DA: 5113 -0.18 $\pm$ 0.07 0.00 $\pm$ 0.06	AA+DD: 5323 0.00 $\pm$ 0.06
TIP-EM 16813		SXO: 3253 0.00 $\pm$ 0.06	AA+DD: 4824 0.04 $\pm$ 0.08 0.00 $\pm$ 0.07	SWO: 3806 0.00 $\pm$ 0.07
GFO 18233				SWO: 3806 0.01 $\pm$ 0.07 0.00 $\pm$ 0.07

## Zusammenfassung

Die diskrete Kreuzungspunkt-Analyse erweist sich als einfaches Verfahren um die hohe Redundanz gemischter Kreuzungspunkt-Differenzen zu nutzen und ein gemeinsames Schätzung radialer Fehler aller gleichzeitig messenden Altimetersatelliten durchzuführen. Das Verfahren wird auf die gesamte Altimeter-Historie angewendet.